


 UNIVERSIDADE DE LISBOA
 

Macroeconomia II Teórica 8 revista

Macro 2

José António Pereirinha
 Coordenador e Professor das Aulas Teóricas
pereirin@iseg.ulisboa.pt

Mário Olivares
 Aulas Práticas (Turmas T1 e T2)

Susana Santos
 Aulas Práticas (Turmas (T3, T4 e T5)

1


 UNIVERSIDADE DE LISBOA
 

Tema da aula de hoje (18.03.2014) Teórica nº 8

Cap 04 O modelo de Solow com capital humano



- capital humano como factor de produção
- introdução do capital humano no modelo de Solow
- interpretação do modelo de Solow com capital humano
- modelo de Solow: uma síntese (comparação de diversas versões)

Leituras Obrigatórias
 Jones & Vollrath (2013), *Introduction to Economic Growth*, Norton, capítulo 2, pp. 54–63

Clássico nº 5

Leituras complementares
 N. Gregory Mankiw; David Romer; David N. Weil (1992), A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 2. (May, 1992), pp. 407-437.

2


 UNIVERSIDADE DE LISBOA
 

Robert E. Lucas, Jr. (1988), On the Mechanics of Economic Development, *Journal of Monetary Economics*, 22 (1988), pp. 3-42

N. Gregory Mankiw; David Romer; David N. Weil (1992), A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 2. (May, 1992), pp. 407-437



Extensões do **modelo de Solow** incorporando a acumulação de **capital humano**.

Segundo Lucas (1988), "By an individual's 'human capital' I will mean, for the purposes of this section, simply his general skill level, so that a worker with human capital $h(t)$ is the productive equivalent of two workers with $\frac{1}{2} h(t)$ each, or a half-time worker with $2 h(t)$ " (p.17)

aumento do nível de qualificação (skill level) por:

- escolaridade formal
- formação profissional específica
- *learning-by-doing* (experiência profissional)

3






capital humano como factor de produção

$Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$
 $A(t) = A_0 e^{\beta t}$
 L população activa
 $Y = F(K, AH) = K^\alpha (AH)^{1-\alpha}$
 H população activa qualificada

$H = e^{\psi u} L$ (geração de trabalhadores qualificados através da escolaridade)
 $u = 0 \Rightarrow H = L$ (toda a mão de obra é não qualificada)
 $d \log H/du = \psi$
 ($\psi = 0.10$ um ano adicional de escolaridade aumenta a qualificação 10%)

u , fracção do tempo gasto na aprendizagem de qualificações (p.e., o número médio de anos de escolaridade da população activa)
 ψ , aumento da qualificação do trabalho quando u aumenta de 1 unidade (p.e., a % de variação do salário médio por cada ano de escolaridade)



variáveis do modelo de Solow

Introduzir o factor $h = e^{\psi u}$

y, k (modelo **básico** de Solow)
 $y/A, k/A$ (modelo de Solow **com tecnologia** incorporada)
 $y/Ah, k/Ah$ (modelo de Solow **com tecnologia** incorporada e **capital humano**)

função de produção Cobb-Douglas

$y = k^\alpha$ (modelo **básico** de Solow)
 $y = k^\alpha A^{1-\alpha}$ (modelo de Solow **com tecnologia** incorporada)
 $y = k^\alpha (Ah)^{1-\alpha}$ (modelo de Solow **com tecnologia** incorporada e **capital humano**)

modelo de Solow: uma síntese das versões estudadas

modelo de crescimento de Solow

A. função de produção
 B. equação de acumulação de capital físico

- sem progresso técnico
- com progresso técnico (incorporado no trabalho)
- com progresso técnico (incorporado no trabalho) e capital humano

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

Função de produção

modelo básico

$Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$ $L = L_0 e^{nt}$

$y = Y/L; k = K/L$

$Y/L = K^\alpha L^{1-\alpha}/L = K^\alpha L^{-\alpha}$

$y = k^\alpha$

7

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

Função de produção

modelo com tecnologia incorporada no trabalho

$Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$

$y = Y/L; k = K/L$ $L = L_0 e^{nt}$

$Y/L = K^\alpha A^{1-\alpha} L^{1-\alpha}/L = K^\alpha A^{1-\alpha} L^{-\alpha}$ $A = A_0 e^{at}$

$y = k^\alpha A^{1-\alpha}$

$y^h = Y/AL; k^h = K/AL$

$Y/AL = K^\alpha (AL)^{-\alpha}$

$y^h = (K/AL)^\alpha$

$y^h = k^{h\alpha}$

8

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

Função de produção

modelo com tecnologia incorporada no trabalho e capital humano

$Y = K^\alpha (AhL)^{1-\alpha}$

$Y = K^\alpha (AhL)^{1-\alpha}$ $L = L_0 e^{nt}$

$Y/L = K^\alpha L^{-\alpha} (Ah)^{1-\alpha}$ $A = A_0 e^{at}$

$y = k^\alpha (Ah)^{1-\alpha}$ $H = e^{hu} L = h \cdot L$

$y^h = Y/AhL; k^h = K/AhL$ $(h = e^{hu}, \text{constante})$

$Y/AhL = K^\alpha (AhL)^{-\alpha}$

$y^h = (K/AhL)^\alpha$

$y^h = k^{h\alpha}$

9

LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT | SINCE 1817

equação de acumulação do capital (modelo básico)

$$dk/dt = s \cdot Y - \delta K$$

$$(dk/dt)/K = s \cdot Y/K - \delta = (s \cdot Y/L)/(K/L) - \delta = s \cdot y/k - \delta$$

$$k = K/L$$

$$(dk/dt)/k = (dK/dt)/K - (dL/dt)/L$$

$$(dk/dt)/k = s \cdot y/k - \delta - n = s \cdot y/k - (\delta + n)$$

$$(dk^a/dt)/k^a = s \cdot k^{a-1} - (\delta + n)$$

$$dk^a/dt = s \cdot y - (\delta + n) \cdot k^a$$

FIGURE 2.1 TRANSITION DYNAMICS

FIGURE 2.2 THE BASIC SOLOW DIAGRAM

LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT | SINCE 1817

equação de acumulação do capital (com tecnologia)

$$dk/dt = s \cdot Y - \delta K$$

$$(dk/dt)/K = s \cdot Y/K - \delta = (s \cdot Y/L)/(K/L) - \delta = s \cdot y/k - \delta$$

$$k^a = K/AL$$

$$(dk^a/dt)/k^a = (dk/dt)/K - (dA/dt)/A - (dL/dt)/L$$

$$(dk^a/dt)/k^a = s \cdot y^a/k^a - \delta - g - n = s \cdot y/k - (\delta + g + n)$$

$$(dk^a/dt)/k^a = s \cdot k^{a-1} - (\delta + g + n)$$

$$dk^a/dt = s \cdot y - (\delta + g + n) \cdot k^a$$

FIGURE 2.11 AN INCREASE IN THE INVESTMENT RATE: TRANSITION DYNAMICS

FIGURE 2.12 THE SOLOW DIAGRAM WITH TECHNOLOGICAL PROGRESS

LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT | SINCE 1817

estado estacionário (steady-state) no caso mais "completo" (com progresso técnico e capital humano)

sendo h uma constante,

$y^a = k^{a\alpha}$ **função de produção**

$dk^a/dt = s \cdot y^a - (n + g + \delta) k^a$ **equação de acumulação de capital físico**

no **steady-state**

$$dk^a/dt = 0 \Rightarrow s \cdot y^a = (n + g + \delta) k^a \Rightarrow s \cdot k^{a\alpha} = (n + g + \delta) k$$

$$k^{a(1-\alpha)} = (s / (n + g + \delta))$$

$$k^{a*} = (s / (n + g + \delta))^{1/(1-\alpha)}$$

$$y^{a*} = (s / (n + g + \delta))^{\alpha/(1-\alpha)}$$

considerando que $y^a = Y/hAL = y/hA$, vem:

$$y^a(t) = h \cdot A(t) \cdot (s / (n + g + \delta))^{\alpha/(1-\alpha)}$$

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

$y^*(t) = h \cdot A(t) \cdot (s_y / (n + g + \delta))^{1/(1-\alpha)}$

Interpretação:

Os países **mais ricos** são os que tiverem taxas de investimento mais elevadas, dispenderem uma maior fracção do tempo na acumulação de competências, tiverem um menor crescimento populacional e níveis mais elevados de tecnologia.

No *steady state*, o produto *per capita* cresce à taxa de crescimento do progresso técnico.

13

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

Questão

Qual o efeito sobre o nível do produto per capita (i.e., por trabalhador) e sobre o crescimento do produto per capita (i.e., por trabalhador), de um aumento permanente da taxa de investimento?

14

UNIVERSIDADE DE LISBOA

LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

FIGURE 2.12 THE EFFECT OF AN INCREASE IN INVESTMENT ON GROWTH

o aumento da taxa de investimento **não tem** efeito no nível de longo prazo da taxa de crescimento do produto por trabalhador.

15



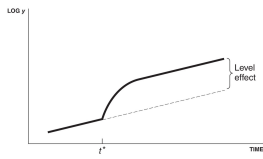

 LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA
 

FIGURE 2.13 THE EFFECT OF AN INCREASE IN INVESTMENT ON y



o aumento da taxa de investimento **tem** um efeito positivo (de aumento) no **nível** de longo prazo do produto por trabalhador.

16


 LISBOA | UNIVERSIDADE DE LISBOA
 

conclusões

as alterações de política económica (p.e., aumento da taxa de investimento), no modelo de Solow, alteram as **taxas de crescimento**, mas de forma **temporária** ao longo do processo de transição para o novo equilíbrio de estado estacionário (*steady-state*). Isto é, as alterações de política económica **não têm efeito de longo prazo na taxa de crescimento**.

as alterações de política económica podem ter efeitos de longo prazo no **nível** do rendimento. Isto é, uma alteração permanente de política pode aumentar (ou diminuir) **permanentemente o nível do produto per capita**.

17
